EXERCICE N°3 : 5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

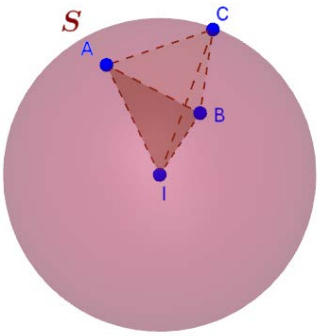
On considère les points $A(1,0,0)$, $B(1,2,-1)$, $C(-1,2,0)$ et $I(0,1,-3)$.

1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b) En déduire que *A, B* et *C* déterminent un plan *P* dont une équation est : $x+y+2z-1=0$.

2) a) Vérifier que le volume du tétraèdre *ABCI* est égal à 2.

b) la distance du point *I* au plan *P* est égale à $\sqrt{6}$, déterminer alors l'aire du triangle *ABC*.



c) En déduire la distance du point C et la droite (AB).

3) Soit *S* la sphère de centre le point *I* et passant par le point *A*.

a) Montrer que *S* passe par le point *C*.

b) Montrer que l'intersection de *P* et *S* est le cercle (C) de centre le point *B* et de rayon $\sqrt{5}$.

4) α étant un réel, on considère l'ensemble S_α des points $M(x,y,z)$ tels que :

$x^2+y^2+z^2-2y-2\alpha z-1=0$

a) Montrer que S_α est la sphère de centre $I_\alpha(0,1,\alpha)$ de rayon $R_\alpha=\sqrt{2+\alpha^2}$.

b) Montrer que la sphère S_α passe par les points *A* et *C*.

c) En déduire que pour tout réel α, le plan *P* coupe la sphère S_α selon un cercle (C_α).

5) a) Soit r_α le rayon du cercle (C_α). Montrer $r_\alpha=\sqrt{5}$ si et seulement si $\alpha=3$ ou $\alpha=-3$.

b) Justifier que les centres des cercles (C_{-3}) et (C_3) sont respectivement le points *B* et un point B' dont on déterminera les coordonnées.

c) Vérifier que $ABCB'$ est un losange.

EXERCICE N°4 : 3 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{9}{2}e^{-2x} - 3e^{-3x}$.

Soit l'équation différentielle (E) : $y' + 2y = 3e^{-3x}$

1) a) Résoudre l'équation différentielle (E') : $y' + 2y = 0$.

b) En déduire que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \frac{9}{2}e^{-2x}$ est solution de (E').

c) Vérifier que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -3e^{-3x}$ est solution de (E). En déduire que f est solution de (E).

2) Dresser le tableau de variation de f. Tracer la courbe ζ_f de la fonction f.

3) Déterminer l'aire A de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe ζ_f, l'axe des ordonnées et la droite x = 1.

Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn